Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра физической электроники

В.А.Мухачёв

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Учебно-методическое пособие
по аудиторным практическим занятиям и самостоятельной работе
для студентов, обучающихся по направлению 11.03.04 Электроника
и наноэлектроника (профиль Микроэлектроника и твердотельная
электроника) и магистров по направлению 11.04.04 Электроника и
наноэлектроника

Томск 2016

Мухачёв В.А.
Планирование эксперимента: Учебно-методическое пособие.- Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2016.- 14 с.

Учебно-методическое пособие по аудиторным практическим занятиям и самостоятельной работе по дисциплине «Планирование эксперимента» для студентов, обучающихся по направлению 11.03.04 Электроника и наноэлектроника (профиль Микроэлектроника и твердотельная электроника) и магистров по направлению 11.04.04 Электроника и наноэлектроника

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

При изучении дисциплины «Планирование эксперимента» необходимо выполнить два индивидуальных задания (ИЗ). Первое посвящено приобретению навыка обработки результатов измерений при однофакторном эксперименте. Второе – проверке правильности настройки технологических установок при массовом производстве каких-либо изделий. Цель данного учебно-методического пособия – показать последовательность и методику выполнения этих заданий. Учебно-методическое пособие базируется на учебном пособии [1]. Поэтому разбирать эти задания нужно, имея на руках пособие [1].

1. Первое индивидуальное задание

Рассмотрим его на примере задания «С» [1, с.113]. Измеряется ширина запрещенной зоны ΔE полупроводника по температурной зависимости электропроводности (γ):

$$\gamma = \gamma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2\kappa T}\right) \Rightarrow ln\gamma = ln\gamma_0 - \frac{\Delta E}{2\kappa} \cdot \frac{1}{T} \tag{1.1}$$

Уравнение (1,1) – уравнение прямой, не проходящей через начало координат. $\gamma = b - ax$, *где* $a = -\frac{\Delta E}{2K}$, $X = \frac{1}{T}$. Следовательно, ΔE можно определить, измеряя угловой коэффициент (a) зависимости $ln\gamma\left(\frac{1}{T}\right)$: $\Delta E = -a \cdot 2K$ (1.2)

Анализ любых измерений начинается с выявления грубых ошибок измерения, результатов, выпадающих из нормального закона распределения. В данном случае нельзя анализировать результаты, приведенные в таблице 1 и таблице 2 (см.I, с.114), т.к. с увеличением температуры (*T*) увеличивается ток (J) и нахождение среднеарифметического бессмысленно. Правила выявления выпадающих значений изложены в [1, раздел 1.4.2.3, с.26-28]. Среднее арифметическое из результатов измерений находят только для тех величин, которые должны были быть одинаковыми, но из-за погрешности измерений наблюдаются флуктуации.

В данном случае одинаковой величиной должна быть ширина запрещенной зоны ΔE и, следовательно, угловой коэффициент a. Для его нахождения следует построить зависимость $ln\gamma\left(\frac{1}{T}\right)$. Допустим мы получили результаты, приведенные во 2-й строке таблиц 1 и 2 [1, с.114]. Составим новую таблицу (1).

Таблица 1. Результаты измерений и вычислений

J,мкА	3	17	40	60	110	400
LnJ	-12,7	-11	-10,13	-9,72	-9,1	-7,82
T,^{o}C	83	117	137	147	167	202
$\frac{1}{T}$,k^{-1}	$2{,}8\cdot10^{-3}$ (1)	$2{,}56\cdot10^{-3}$ (2)	$2{,}44\cdot10^{-3}$ (3)	$2{,}38\cdot10^{-3}$ (4)	$2{,}27\cdot10^{-3}$ (5)	$2{,}1\cdot10^{-3}$ (6)

Построим зависимость $ln\gamma\left(\frac{1}{T}\right)$ по данным таблицы 1.

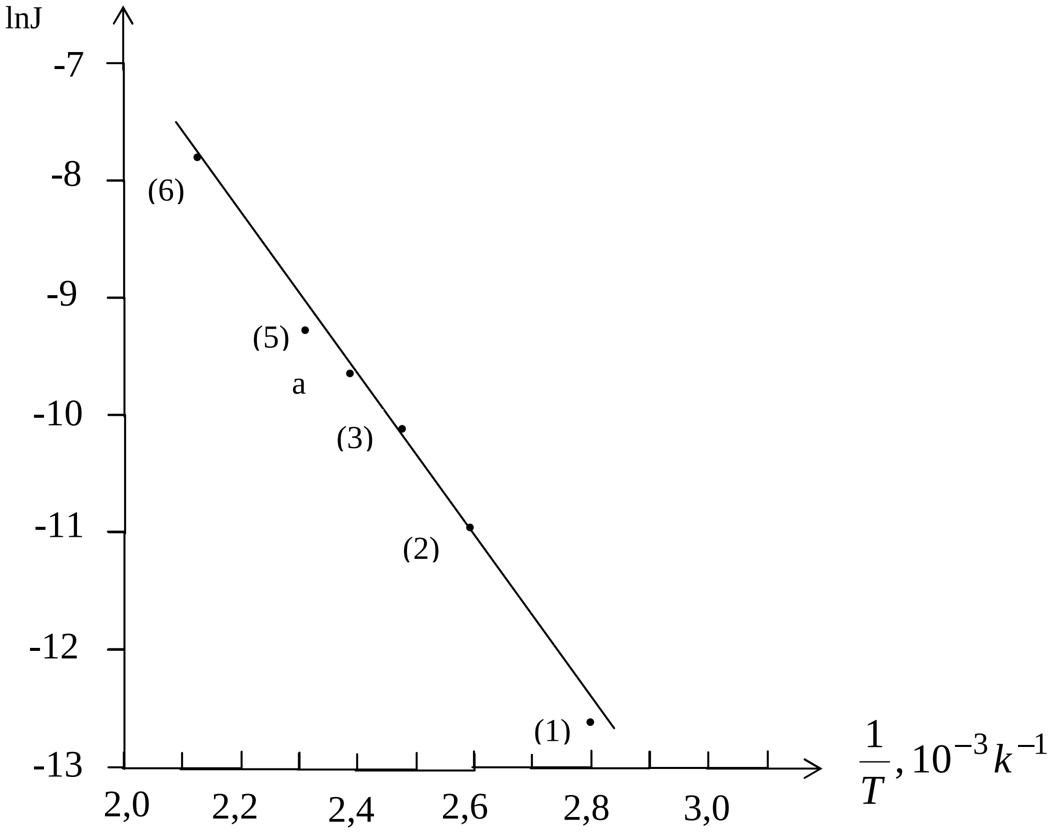

Рис.1.1. Зависимость *lnJ* от обратной температуры $\left(\frac{1}{T}\right)$

Найдем *a*, используя точки, лежащие точно на прямой: точки 2 и 6 (можно 2,3; 4,6)

$$a_1 = \frac{lnJ6_6 - lnJ_2}{\frac{1}{T_6} - \frac{1}{T_2}} = \frac{-7{,}82-(-11)}{(2{,}1-2{,}56)\cdot10^{-3}} = -6{,}91\cdot10^3 K$$

Вычислим a_2, используя точки 4 и 5, в этом случае *a* может наиболее сильно отличаться от $\langle a\rangle$

$$a_2 = \frac{lnJ_5 - lnJ_4}{\frac{1}{T_5} - \frac{1}{T_4}} = \frac{-9{,}1-(-9{,}72)}{(2{,}27-2{,}38)\cdot10^{-3}} = -5{,}64\cdot10^3 K$$

Чтобы найти среднеарифметическое значение $\langle a \rangle$, найдем и другие a, (чем больше, тем лучше):

$$a_3 = \frac{lnJ_2 - lnJ_1}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}} = \frac{-11-(-12{,}7)}{(2{,}56-2{,}8)\cdot 10^{-3}} = -7{,}08\cdot 10^3 K$$

$$a_4 = \frac{lnJ_6 - lnJ_5}{\frac{1}{T_6} - \frac{1}{T_5}} = \frac{-7{,}82-(-9{,}1)}{(2{,}1-2{,}27)\cdot 10^{-3}} = -7{,}53\cdot 10^3 K$$

$$a_5 = \frac{lnJ_5 - lnJ_1}{\frac{1}{T_5} - \frac{1}{T_1}} = \frac{-9{,}1-(-12{,}7)}{(2{,}27-2{,}8)\cdot 10^{-3}} = -6{,}79\cdot 10^3 K$$

$$a_6 = \frac{lnJ_4 - lnJ_3}{\frac{1}{T_4} - \frac{1}{T_3}} = \frac{-9{,}72-(-10{,}13)}{(2{,}38-2{,}44)\cdot 10^{-3}} = -6{,}83\cdot 10^3 K$$

$$a_7 = \frac{\ln J_6 - \ln J_1}{\frac{1}{T_6} - \frac{1}{T_1}} = \frac{-7{,}82-(-12{,}7)}{(2{,}1-2{,}8)\cdot 10^{-3}} = -6{,}97\cdot 10^3 K$$

Можно использовать и другие сочетания, но … достаточно.

$$\langle a \rangle = -\frac{(6{,}94+5{,}64+7{,}08+7{,}53+6{,}79+6{,}83+6{,}97)\cdot 10^3}{7} = -6{,}83\cdot 10^3 K$$

Обратите внимание, что $\langle a \rangle \cong a_1 \cong a7 \cong a3,$ когда мы вычисляем a для точек, лежащих точно на прямой.

Среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma(a) = 10^3\sqrt{\frac{(64+14164+62{,}5+4900+16+0+196)\cdot 10^{-4}}{7-1}} = 0{,}58\cdot 10^3 K = 580K$$

Теперь воспользуемся формулой 1.17 [1, с.27]:

$$v_{\max} = \frac{|\langle a \rangle - a_2|}{\sigma(a)}\sqrt{\frac{n}{n-1}} = \frac{|6{,}83-5{,}64|\cdot 10^3}{0{,}58\cdot 10^3}\sqrt{\frac{7}{7-1}} = 2{,}39.$$

(a_2 - максимально отклоняется от $\langle a \rangle$).

Далее смотрим таблицу 3 Приложения 1 [1]:

При n=7 и уровне значимости β=0,01 $\nu_{кр.}$=2,27: 2,39>2,27. Это означает, что результат $a_2 = 5{,}64$ встречается менее, чем в 1% случаев и его следует отбросить. Новое среднеарифметическое: $\langle a\rangle = -\frac{(6{,}94+7{,}08+7{,}53+6{,}79+6{,}83+6{,}97)10^3}{6} = -7{,}02\cdot 10^3 K$

Среднеквадратичная погрешность:

$$\sigma\,(a) = 10^3\sqrt{\frac{(64+36+2601+529+361+25)10^{-4}}{6-1}} = 0{,}269\cdot 10^3 = 269K$$

В этом ряду наиболее сильно отличается от $\langle a\rangle$ значение a=7,53$\cdot 10^3 K$. Проверим его: $\nu_{\max} = \frac{|7{,}02-7{,}53|}{0{,}269}\sqrt{\frac{6}{5}} = 2{,}27$

При n=6 $\nu_{кр.} = 2{,}13$ для β=0,01: 2,27>2,13. И это значение a=7,53 придется отбросить.

Следующее значение

$$\langle a\rangle = -\frac{(6{,}94+7{,}08+6{,}79+6{,}83+6{,}97)\cdot 10^3}{5} = -6{,}92\cdot 10^3 K$$

$$\sigma(a) = 10^3\sqrt{\frac{(4+256+169+81+25)\cdot 10^{-4}}{4}} = 0{,}116\cdot 10^3 = 116K.$$

Проверим $a = 7{,}08\cdot 10^3 K$:

$$\nu_{\max} = \frac{|6{,}92-7{,}08|}{0{,}116}\sqrt{\frac{5}{4}} = 1{,}72.$$

При n=5 $\nu_{кр.} = 1{,}79$ для $\beta = 0{,}1: 1{,}72 < 1{,}79$ - это означает, что результат $a = 7{,}08\cdot 10^3$ может встречаться более чем в 10% случаев, и его следует оставить.

Итак, в результате мы будем в дальнейшем оперировать величинами: среднее арифметическое $\langle a\rangle = -6{,}92\cdot 10^3 K$; среднеквадратичная погрешность (стандартная) $\sigma(a) = 116K$; и среднеквадратичная среднего арифметического $\sigma(\langle a\rangle) = \frac{\sigma(a)}{\sqrt{n}} = \frac{116}{\sqrt{5}} = 52K.$

Следует вспомнить, что $\sigma(a)$ – среднеквадратичная (стандартная) погрешность – случайная абсолютная погрешность каждого отдельного измерения (каждого значения a_1, a_2, a_3; и т.д.). Среднеквадратичная погрешность среднего арифметического $\sigma(\langle a\rangle)$ - случайная погрешность среднего арифметического $\langle a\rangle$.

Для определения, какой из приборов дает максимальную погрешность, следует вычислить относительную систематическую погрешность т.е. погрешность, обусловленную применяющимися приборами: $a\dfrac{\ln J_1-\ln J_2}{\dfrac{1}{T_1}-\dfrac{1}{T_2}}$. Поскольку мы ошибались при измерении J_1 и J_2, соответственно T_1 и T_2, используя одни и те же приборы, достаточно увеличить результат вычисления систематической погрешности $\ln J$ и T в $\sqrt{2}$ раз.

$\varepsilon(a)=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\varepsilon^2(\ln J)+\varepsilon^2(T)}.$ При измерении T мы фактически измеряли ток J^*, окончательно:

$$\varepsilon(a)=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\left(\frac{\Delta J}{J|\ln J|}\right)^2+\left(\frac{\Delta J^*}{J^*}\right)^2}, \qquad (1.2)$$

где $\Delta J, \Delta J^*$ - абсолютные погрешности соответствующих приборов (для понимания, как получили формулу 1.2., см.[2]).

В задании «С» [1] даны характеристики микроамперметров. При измерении $J*$ пользовались прибором с классом точности 1,0 и нормирующим значением 300мкА. Поэтому $\Delta J*=3\,мкА.$

У второго микроамперметра класс точности тоже 1,0, но нормирующее значение 500 мкА, следовательно, $\Delta J=5\,мкА.$Какие значения тока следует брать?

Можно использовать среднеарифметические значения, проще взять значения тока для точки из середины ряда значений и лежащей точно на прямой рис.1.1. Возьмем данные для точки 3.

$$\varepsilon(a)=\sqrt{2}\sqrt{\left(\frac{5}{40(10{,}13)}\right)^2+\left(\frac{3}{97{,}5}\right)^2}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{1{,}52\cdot10^{-4}+9{,}47\cdot10^{-4}}=0{,}0467=4{,}67\%$$

(При измерении температуры T=137°С значение тока $J*$, было:

$$J*=\frac{T-T_o}{\beta}=\frac{137^o-20^o}{1{,}2}=97{,}5\ мкА)$$

Из сравнения цифр $1{,}52\cdot10^{-4}$ и $9{,}47\cdot10^{-4}$ видно, что погрешность при измерении тока J^* почти в шесть раз больше, поэтому микроамперметр для измерения температуры следует заменить на более точный.

Абсолютная систематическая погрешность: $\delta_{сист.}=\overline{a}\cdot\varepsilon(a)=6{,}92\cdot10^3\cdot0{,}0467=323K.$

Найдем теперь значения доверительной вероятности для двух значений доверительного интервала:

1) $\Delta_1=\sigma(\langle a\rangle).$

Вычисление доверительной вероятности изложено в [1], раздел 1.4.2.2. Расчет производится с помощью коэффициентов Стьюдента:

$$t(\alpha_1 n)=\frac{\Delta_1}{\sigma(\langle a\rangle)}=\frac{\sigma(\langle a\rangle)}{\sigma(\langle a\rangle)}=1.$$

В таблице 2 [1] при n=5 значению α_1=0,6 соответствует t_1=0,94; значению α_2=0,7 соответствует t_2=1,2. Найдем точное значение α методом пропорционального счета:

$$\frac{\alpha-\alpha_1}{\alpha_2-\alpha_1}=\frac{t_{\alpha,n}-t_1}{t_2-t_1}\Rightarrow \alpha-\alpha_1=\Delta\alpha=\frac{(\alpha_2-\alpha_1)(t_{\alpha,n}-t_1)}{t_2-t_1}$$

$$\Delta\alpha=\frac{(-0,7-0,6)(1-0,94)}{1,2-0,94}=0,083$$

Тогда α= α_1+ Δα=0,6+0,023=0,623

Доверительная вероятность классных приборов (имеющих класс точности) $\alpha_{кл.}=0,997$(т.е. из 1000 приборов только у 3-х из них погрешность может быть больше, чем гарантирует класс точности). При нахождении суммарной погрешности Δ_Σ систематическая погрешность принимается за случайную. Закон сложения случайных величин требует, чтобы доверительные вероятности (в математике – статистические веса) складываемых величин были примерно одинаковыми. Поэтому найдем доверительную вероятность для большего доверительного интервала.

2) $\Delta_2=2\sigma(\langle a\rangle)$. $\qquad t_{(\alpha,n)}=\dfrac{2_\delta(\langle a\rangle)}{\sigma(\langle a\rangle)}=2$

В таблице 2 при n=5: $t_1=1,5$ при $\alpha_1=0,8$; $t_2=2,1$ при $\alpha_2=0,9$.

Опять методом пропорционального счета:

$$\frac{\alpha-\alpha_1}{\alpha_2-\alpha_1}=\frac{t_{\alpha,n}-t_1}{t_2-t_1};\quad \alpha-\alpha_1=\Delta\alpha=\frac{(\alpha_2-\alpha_1)(t_{\alpha,n}-t_1)}{t_2-t_1}$$

$$\Delta\alpha=\frac{(0,9-0,8)(2-1,5)}{2,1-1,5}=\frac{0,5\cdot 0,1}{0,6}=0,083.\quad \alpha=\alpha_1+\Delta\alpha=0,8+0,083=0,883$$

Это значение α гораздо ближе к 0,997, поэтому допустимо воспользоваться более простой формулой: $\Delta_\Sigma=\delta(a)_{сист.}+2\sigma(\langle a\rangle)=323+2\cdot 52=427K.$ Лучше, конечно, при $\alpha<0,9$ найти доверительную вероятность для $\Delta_3=3_\sigma(\langle a\rangle)$.

3) $\Delta_3=3_\delta(\langle a\rangle)$ $\qquad t_{\alpha,n}=\dfrac{3\delta(\langle a\rangle)}{\delta(\langle a\rangle)}=3.$

В таблице 2 при n=5 $\alpha_1=0,95$ соответствует $t_1=2,8$; значению $\alpha_2=0,98$ соответствует $t_2=3,7$.

По методу пропорционального счета:

$$\frac{\alpha-\alpha_1}{\alpha_2-\alpha_1}=\frac{t_{\alpha,n}-t_1}{t_2-t_1};$$

$$\alpha-\alpha_1=\Delta\alpha=\frac{(t_{\alpha,n}-t_1)(\alpha_2-\alpha_1)}{t_2-t_1}=\frac{(3-2{,}8)(0{,}98-0{,}95)}{(3{,}7-2{,}8)}=\frac{0{,}2\cdot 0{,}03}{0{,}9}=6{,}7\cdot 10^{-3}=0{,}0067.$$

$$\alpha=\alpha_1+\Delta\alpha=0{,}95+0{,}0067=0{,}9567\cong 0{,}96.$$

При этом $\Delta_\Sigma=\sqrt{\delta^2_{сист.}(a)+(3\delta(\langle a\rangle))^2}=\sqrt{(323)^2+(3\cdot 52)^2}=359K.$

Теперь можно вычислить ширину запрещенной зоны с указанием суммарной погрешности и доверительной вероятности.

Ширина запрещенной зоны

$\Delta\text{E}=2\kappa\cdot\langle a\rangle=2\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 6{,}92\cdot 10^3=19{,}1\cdot 10^{-20}\,Дж$ или $\Delta\text{E}=\dfrac{1{,}91\cdot 10^{-19}}{1{,}6\cdot 10^{-19}}=1{,}19эВ$

Суммарная погрешность:

$$\Delta_\Sigma(\Delta\text{E})=\frac{2\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 427}{1{,}6\cdot 10^{-19}}=737\cdot 10^{-4}=0{,}0737эВ$$

Тогда: $\Delta\text{E}=(1{,}2\pm 0{,}07)эВ$ с доверительной вероятностью $\alpha=0{,}88.$

Или $\Delta_\Sigma(\Delta\text{E})=\dfrac{2\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 359}{1{,}6\cdot 10^{-19}}=0{,}0619эВ$

$\Delta\text{E}=(1{,}2\pm 0{,}06)эВ$ с доверительной вероятностью $\alpha=0{,}96.$

Как видно, разница в величине суммарной погрешности невелика, поэтому и допускается пользоваться более простой формулой: $\Delta_\Sigma=\delta+2\sigma(\overline{x}).$

Представляет интерес, сколько потребовалось бы измерений, чтобы при доверительном интервале $\Delta=\sigma(\overline{x})$ достигнуть доверительной вероятности $\alpha=0{,}95.$ Нужно воспользоваться таблицей 4 приложения 1 [I]. $\varepsilon=\dfrac{\Delta\text{X}}{\sigma(\text{X})}=\dfrac{\sigma(\overline{x})}{\sigma(x)}=\dfrac{\sigma(\overline{a})}{\sigma(a)}=\dfrac{52}{116}=0{,}448.$

Методом пропорционального счета для $\alpha=0{,}95:\varepsilon_1=0{,}4;$ $n_1=27;\ \varepsilon_2=0{,}5;\ n_2=18.$

$$\frac{n-n_1}{n_2-n_1}=\frac{\varepsilon-\varepsilon_1}{\varepsilon_2-\varepsilon_1};\qquad n-n_1=\frac{(n_2-n_1)(\varepsilon-\varepsilon_1)}{\varepsilon_2-\varepsilon_1}=\frac{(18-27)(0{,}448-0{,}4)}{(0{,}5-0{,}4)}=-4{,}32.$$

$$n=n_1+(-4{,}32)=27-4{,}32=22{,}68.$$

Итак, необходимо было бы сделать 23 измерения углового коэффициента.

Второе индивидуальное задание

Необходимость в таких измерениях возникает при изготовлении больших партий изделий, когда используется несколько технологических установок. При настройке установок необходимо убедиться, что они работают «одинаково». Случайные флуктуации технологических параметров (вакуум, температура подложки, скорость испарения и т.п.) приводят к изменению характеристик изделия, т.е. отклонения от заданных параметров естественны. Поэтому необходимо убедиться, что эти отклонения не выходят за рамки допустимых. В этом суть второго индивидуального задания.

Само задание представлено в Приложении 3 [1, с.116]. Порядок выполнения задания рассмотрим на примере строчек 5 и 6 (Каждая строчка Таблицы 1 – результат измерений R на конкретной установке).

2.1. Начинать нужно с выявления грубых ошибок (см.1.4.2.3 [1]).

$$\langle R_5 \rangle = \frac{1044+1038+1014+1034+999+1007+1016+1068+998+1008}{10} =$$

$$= 1022{,}6 \approx 1023\ \mathit{Ом}.$$

$$\langle R_6 \rangle = \frac{998+1008+1002+1012+1052+984+1012+1034+982+1009}{10} =$$

$$= 1009{,}3 \approx 1009\ \ \mathit{Ом}.$$

Среднеквадратичная погрешность $\langle R_5 \rangle$:

$$\sigma(R_5) = \sqrt{\frac{21^2+15^2+9^2+11^2+24^2+16^2+7^2+45^2+25^2+15^2}{10\ -1}} =$$

$$= \sqrt{\frac{441+225+81+121+576+256+49+2025+625+225}{9}} =$$

$$= 22{,}7 = 23\ \mathit{Ом}.$$

Аналогично для $\sigma(R_6)$=19 Ом.

Подозрительным результатом для R_5 является результат под №8 R=1068 Ом. Относительное отклонение подозрительного значения:

$$v_{\max} = \frac{|1023-1068|}{23}\sqrt{\frac{10}{10-1}} = 2{,}2$$

По таблице 3 Приложения 1[1] находим при n=10 этому значению $\nu_{\max}$ соответствует уровень значимости 0,05<β<0,1, т.е. вероятность появления такого значения R лежит в пределах от 5 до 10% и этот результат следует оставить.

Для R_6 максимальное отклонение у результата R=1052 Ом, тогда

$$\nu_{\max} = \frac{|1009 - 1052|}{19}\sqrt{\frac{10}{10-1}} = 2{,}5.$$

Этому значению $\nu_{\max}$ при n=10 соответствует β≈0,01 (≈1%), поэтому значение R=1052 Ом следует отбросить. Новое значение R_6 :

$$\langle R_6 \rangle = \frac{998+1008+1002+1018+984+1012+1034+982+1009}{9} = 996\ \text{Ом}$$

Соответственно, новое значение

$$\delta(R_6) = \sqrt{\frac{2^2+12^2+6^2+14^2+12^2+16^2+38^2+14^2+13^2}{(9-1)}} = 18\ \text{Ом}.$$

В этом ряду подозрительным является значение R=1034 Ом, проверим его:

$$\nu_{\max} = \frac{|996-1034|}{18}\sqrt{\frac{9}{8}} = 2{,}375.$$

При n=9 этому значению $\theta_{\max}$ соответствует уровень значимости β=0,02. Значение R=1034 Ом можно оставить (см.[1], стр.28).

2.2.На вопрос, одинаково ли настроены установки можно воспользоваться гипотезой о равенстве двух выборочных средних с помощью критерия Стьюдента ([1], с.30, раздел 1.5.1). По формуле (1.19):

$$\delta(x) = \sqrt{\frac{(n_1-1)\sigma(R_s) + (n_2-1)\sigma(R_6)}{(n_1-1)+(n_2-1)}} \quad \Rightarrow \quad \sigma(\langle R \rangle) = \sqrt{\frac{(10-1)23^2 + (9-1)18^2}{9+8}} = 20{,}08\text{Ом}.$$

По формуле (1.20):

$$t = \frac{1023-996}{20{,}8}\sqrt{\frac{10\cdot 9}{10+9}} = 2{,}83.$$

Полученное значение t нужно сравнить с $t_{\alpha,n}$ в таблице 2, n следует взять равным n=n_1+n_2-1=10+9-1=18. При надежности α=0,95 найденное нами значение t > $t_{\alpha,n}$ ($t_{\alpha,n}$ =2,1), следовательно, результаты измерений нельзя считать равнозначными.

2.3. Правильно ли настроены установки? Опять-таки, эту проверку можно осуществить с помощью критерия Стьюдента (см.[1], стр.24). В качестве доверительного интервала следует брать разность между заданным значением R и $\langle R \rangle$ в каждой партии. Конечно, наибольшее отклонение от заданного значения у R_5:

$$t_5 = \frac{\left|R - \langle R_5 \rangle\right|\sqrt{n}}{\sigma(R_5)} = \frac{|1000 - 1023|\sqrt{10}}{23} = 3{,}16.$$

при n=10 (в таблице 2) $t_{\alpha,n}$=2,1; полученное нами значение $t_5 > t_{\alpha,n}$, поэтому вывод однозначен: установку с R_5 следует перенастроить.

Проверим установку с R_6 :

$$t_6 = \frac{|1000 - 996|}{18}\sqrt{9} = 0{,}667.$$

Для n=9, $t_{\alpha,n}$=2,3. Поскольку $t_6 < t_{\alpha,n}$, эта установка настроена правильно.

2.4. Определить, одинакова или различна точность измерений двух выборок наиболее просто сделать с помощью критерия Фишера ([1], стр.32). При этом сравниваются дисперсии двух выборок, имеющих соответственно степени свободы υ_1 и υ_2:

$$\upsilon_1 = n_1 - 1,\ \upsilon_2 = n_2 - 1.$$

Тогда F-критерий:

$$F = \frac{\sigma^2(R_5)}{\sigma^2(R_6)} = \frac{23^2}{18^2} = 1{,}63.$$

$$\upsilon_1(R_5) = 10 - 1 = 9; \qquad \upsilon_2(R_6) = 9 - 1 = 8.$$

Пользуясь таблицей 5 найдем $F_{кр}$: υ_1 – по столбцу, υ_2- по строке, на пересечении $F_{кр}$ =3,44.

Для коэффициента риска β=0,05 $F < F_{кр}$, следовательно, измерения были равноточными в обеих сериях опытов.

Вывод: все наши предыдущие вычисления и рассуждения справедливы, поскольку все результаты подчиняются нормальному закону распределения случайной величины.

Литература

1. Мухачёв В.А. Планирование и обработка результатов эксперимента: Учебное пособие. – Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2012. – 116 с. – [электронный ресурс] – адрес: http://miel.tusur.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=97&Itemid=92.

2. Мухачёв В.А. Оценка погрешностей измерений: Методические указания к лабораторным работам. – Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2012. – 24 с. – [электронный ресурс] – адрес: https://edu.tusur.ru/publications/1099.